Freistaat Thüringen

Prüfungstag:	**17. Mai 2017**
	(HAUPTTERMIN)
Prüfungsbeginn:	**08:00 Uhr**

BESONDERE LEISTUNGSFESTSTELLUNG

Schuljahr 2016/2017

MATHEMATIK

Hinweise für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer

Bearbeitungszeit: 180 Minuten

Hilfsmittel Pflichtaufgabe 1:

Es dürfen außer Zeichengeräten keine weiteren Hilfsmittel verwendet werden.

Hilfsmittel Pflichtaufgabe 2, Wahlaufgabe 1, Wahlaufgabe 2:

Taschenrechner und Computeralgebrasysteme, die im Unterricht verwendet wurden (Diese dürfen keine zusätzlichen Dateien oder Funktionen/Programme enthalten.)

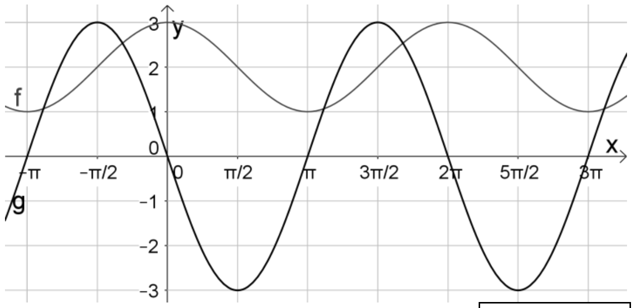
Formelsammlungen/Tafelwerke, die im Unterricht verwendet wurden (Diese dürfen keine Anmerkungen bzw. Ergänzungen enthalten.)

Bearbeiten Sie zuerst die Pflichtaufgabe 1. **Nach Abgabe der Lösungen für die Pflichtaufgabe 1** sind die Pflichtaufgabe 2 und die Wahlaufgabe 1 bzw. 2 mit den angegebenen Hilfsmitteln zu bearbeiten.
Wählen Sie von den Wahlaufgaben 1 und 2 **eine** zur Bearbeitung aus.

Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein.
Neben jeder Teilaufgabe steht die für diese Teilaufgabe maximal erreichbare Anzahl von Bewertungseinheiten (BE).

Pflichtaufgabe 1 (hilfsmittelfrei)

1 Geben Sie je eine Gleichung der dargestellten Funktionen f und g an.



2 BE

2 Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = \frac{2}{3} \cdot x - 2 \quad (x \in \mathbb{R})$.
Der Graph der Funktion g ist eine Gerade, die senkrecht zum Graphen von f verläuft.
Die Graphen von f und g schneiden sich in einem Punkt auf der y-Achse.

a) Zeichnen Sie die Graphen von f und g in ein Koordinatensystem.

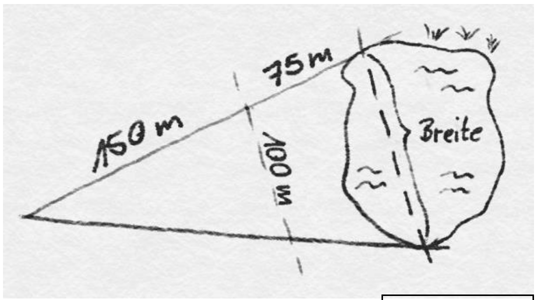
2 BE

b) Geben Sie eine Funktionsgleichung von g an.

1 BE

3 Leon möchte die Breite eines Sees bestimmen und fertigt eine Skizze an.
Die gestrichelten Linien verlaufen parallel.

Berechnen Sie die Breite des Sees.



Skizze nicht maßstäblich

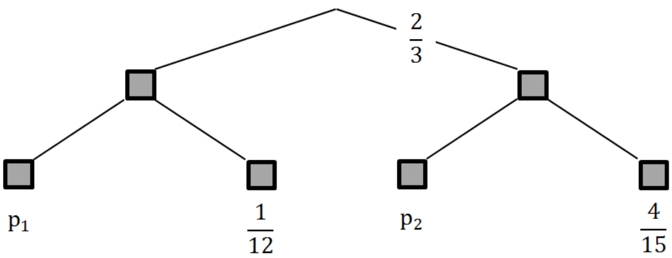
2 BE

4 Gegeben ist ein Zylinder mit dem Radius r und der Höhe h. Bei einem zweiten Zylinder sind der Radius doppelt und die Höhe halb so groß wie beim ersten Zylinder.

Begründen Sie, dass das Volumen des zweiten Zylinders doppelt so groß wie das Volumen des ersten Zylinders ist.

1 BE

5 Gegeben ist für ein Zufallsexperiment ein Baumdiagramm.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten p_1 und p_2.



2 BE

Pflichtaufgabe 2

1 Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = (x+20)^{-4} - 17 \quad (x \in R; x \neq -20)$.

a) Geben Sie den Wertebereich und zwei weitere Eigenschaften der Funktion f an.

3 BE

b) Ermitteln Sie die Schnittstellen des Graphen der Funktion f mit dem Graphen von $g(x) = -16$.

1 BE

c) Für jede natürliche Zahl n $(n > 0)$ ist die Funktion f_n gegeben durch
$f_n(x) = x^{-n} \qquad (x \in R; x \neq 0)$.

Geben Sie jeweils alle Werte für n so an, dass:
(I) der Graph von f_n im gesamten Definitionsbereich monoton fallend ist.
(II) die Graphen von f_n und h mit $h(x) = x^{-4} - 1$ $(x \in R; x \neq 0)$ keinen Punkt gemeinsam haben.

2 BE

2 Die Punkte $P(-1|-1)$, $Q(1|0)$ und $R(1|1)$ bilden ein Dreieck. Durch zentrische Streckung des Dreiecks PQR mit dem Streckungszentrum $Z(0|0)$ und dem Streckungsfaktor $k = 4$ entsteht das Dreieck $P'Q'R'$.

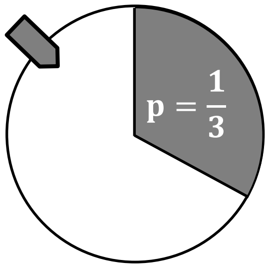
a) Zeichnen Sie die Dreiecke PQR und $P'Q'R'$ in ein Koordinatensystem.

2 BE

b) Bestimmen Sie die Flächeninhalte beider Dreiecke.

2 BE

3 Ein Glücksrad (siehe Skizze) wird dreimal gedreht.
Der Spieleinsatz beträgt dafür ein Euro.
Bleibt der Zeiger genau einmal auf dem grauen Feld stehen, wird ein Euro ausgezahlt. Bei „genau zweimal grau“ werden zwei Euro, bei „dreimal grau“ sechs Euro ausgezahlt.



a) Zeichnen Sie ein vollständig beschriftetes Baumdiagramm.

1 BE

b) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man bei diesem Spiel weder Geld gewinnt noch verliert.

1 BE

c) Untersuchen Sie, ob auf lange Sicht ein Gewinn zu erwarten ist.

3 BE

Wahlaufgabe 1

1 Folgende Werte von zwei Sachverhalten sind gegeben:

Höhe über N. N. in km	0	1	2	3	4
Luftdruck in hPa	1013	896	792	700	619

Zeit in h	0	1	2	3	4
Füllhöhe eines Wasserbeckens in cm	130	104	78	52	26

a) Entscheiden Sie für jeden dieser beiden Sachverhalte, ob ein linearer oder exponentieller Zusammenhang besteht. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

2 BE

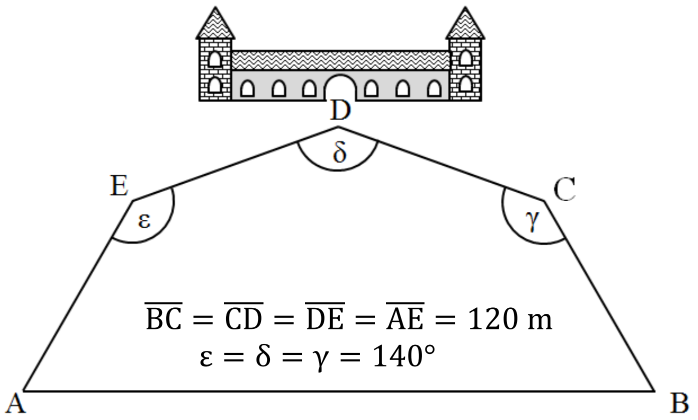
b) Berechnen Sie den Luftdruck, der etwa in 8000 m Höhe erreicht wird.

2 BE

c) Ermitteln Sie, nach wie vielen Minuten die Füllhöhe im Wasserbecken 40 cm beträgt.

2 BE

2 Der Barockgarten eines Schlosses wurde vermessen. Die Ergebnisse sind in der Skizze dargestellt.



Skizze nicht maßstäblich

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Barockgartens in Quadratmeter.

5 BE

3 Max hat bei Facebook 324 Freunde. Von diesen Freunden haben 105 ihren Beziehungsstatus nicht angegeben. Max weiß sicher, dass genau 167 seiner Freunde nicht Single sind. Außerdem haben 130 Singles ihren Beziehungsstatus angegeben.

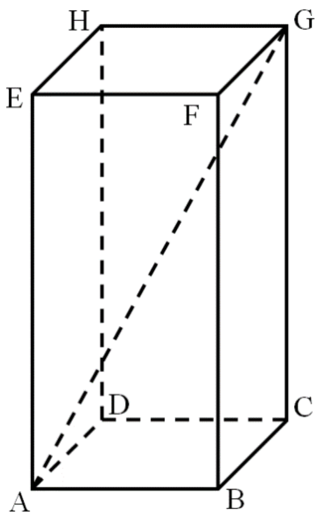
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Facebook-Freund von Max Single ist und diesen Status nicht angegeben hat.
Nutzen Sie dafür eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel oder ein vollständig beschriftetes Baumdiagramm.

4 BE

Wahlaufgabe 2

1 Gegeben ist ein Quader ABCDEFGH.

$\overline{AB} = 4\text{ cm}$
$\overline{BC} = 3\text{ cm}$
$\overline{AG} = 13\text{ cm}$



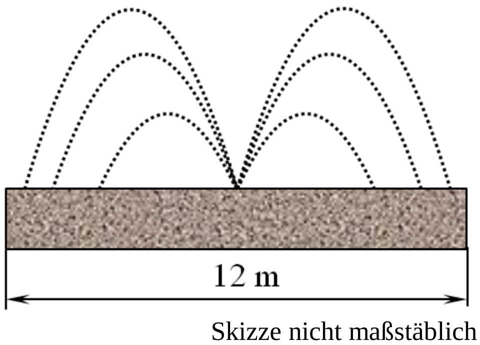
a) Berechnen Sie die Höhe des Quaders.

2 BE

b) Berechnen Sie die Größe des Winkels, den die Raumdiagonalen $\overline{AG}$ und $\overline{BH}$ einschließen.

2 BE

2 In einem Springbrunnen befinden sich die Wasserdüsen in der Mitte.
Die Fontänen dieses Springbrunnens können mathematisch durch die Gleichung
$y = -\frac{1}{2}x^2 + b \cdot x \qquad (b \in R; b \neq 0)$
beschrieben werden.
Die Werte von x und y sind Längen in Meter.



Skizze nicht maßstäblich

a) Geben Sie zwei Werte von b so an, dass zwei Fontänen beschrieben werden, die links der Wasserdüsen liegen.
Stellen Sie die Funktionen für diese Werte von b in einem geeigneten Koordinatensystem graphisch dar.

2 BE

b) Es gibt Fontänen, die genau bis zum Rand des Springbrunnens reichen.
Berechnen Sie die maximale Höhe, die eine solche Fontäne erreicht.

2 BE

c) Ermitteln Sie einen Wert von b so, dass die Funktionsgleichung eine 3 m hohe Fontäne mathematisch beschreibt.

2 BE

3 Ein rotlackierter Holzquader, der 4 cm lang, 3 cm breit und 10 cm hoch ist, wird in Würfel mit jeweils 1 cm Kantenlänge zerteilt.
Diese Würfel werden in einem Stoffbeutel aufbewahrt. Ein Würfel wird zufällig gezogen und die Anzahl der roten Seitenflächen festgestellt.

a) Geben Sie die Anzahl aller Würfel an.

1 BE

b) Welche der folgenden Aussagen beschreiben ein sicheres Ereignis?

A: = „Der gezogene Würfel hat weniger als vier rote Seitenflächen."
B: = „Der gezogene Würfel hat mindestens eine rote Seitenfläche."
C: = „Der gezogene Würfel hat höchstens drei rote Seitenflächen."

1 BE

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

D: = „Der gezogene Würfel hat drei rote Seitenflächen."
E: = „Der gezogene Würfel hat keine rote Seitenfläche."
F: = „Der gezogene Würfel hat höchstens zwei rote Seitenflächen."

3 BE