Freistaat Thüringen

Prüfungstag:	**11. Mai 2016 (HAUPTTERMIN)**
Prüfungsbeginn:	**08:00 Uhr**

BESONDERE LEISTUNGSFESTSTELLUNG

Schuljahr 2015/2016

MATHEMATIK

Hinweise für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer

Bearbeitungszeit: 180 Minuten

Hilfsmittel Pflichtaufgabe 1:

Es dürfen außer Zeichengeräten keine weiteren Hilfsmittel verwendet werden.

Hilfsmittel Pflichtaufgabe 2, Wahlaufgabe 1, Wahlaufgabe 2:

Taschenrechner und Computeralgebrasysteme, die im Unterricht verwendet wurden (Diese dürfen keine zusätzlichen Dateien oder Funktionen/Programme enthalten.)

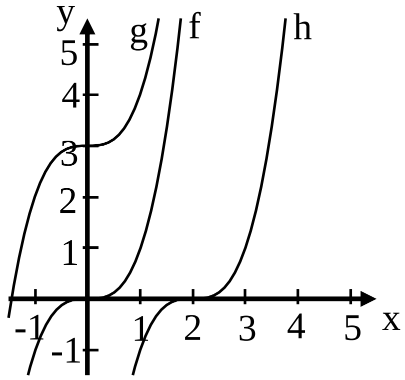
Formelsammlungen/Tafelwerke, die im Unterricht verwendet wurden (Diese dürfen keine Anmerkungen bzw. Ergänzungen enthalten.)

Bearbeiten Sie zuerst die Pflichtaufgabe 1. **Nach Abgabe der Lösungen für die Pflichtaufgabe 1** sind die Pflichtaufgabe 2 und die Wahlaufgabe 1 bzw. 2 mit den angegebenen Hilfsmitteln zu bearbeiten.
Wählen Sie von den Wahlaufgaben 1 und 2 **eine** zur Bearbeitung aus.

Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein.
Neben jeder Teilaufgabe steht die für diese Teilaufgabe maximal erreichbare Anzahl von Bewertungseinheiten (BE).

Pflichtaufgabe 1 (hilfsmittelfrei)

1.



Dargestellt sind die Graphen der Funktionen f, g und h. Die Funktion f ist gegeben durch $f(x) = x^3 \quad (x \in R)$.
Die Graphen von g und h gehen aus dem Graphen von f durch Verschiebung hervor.

Geben Sie je eine mögliche Gleichung von g und h an.

2 BE

2. Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = 3\cos x \quad (x \in R)$.

a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f.

1 BE

b) Für jede reelle Zahl a ist eine Gerade g durch $g(x) = a$ gegeben.
Geben Sie alle Werte für a so an, dass die Gerade g und der Graph von f im Intervall $-\frac{3}{2}\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ genau zwei Punkte gemeinsam haben.

2 BE

3. Im Unterricht der Klasse 10 soll der Term $\frac{x^4 y^{-2}}{x^{-3} y^2}$ $(x, y \in R; x \neq 0, y \neq 0)$ vereinfacht werden. Fünf Schülerlösungen werden vorgestellt.

A: $x^1 y^0$ B: $x^7 y^{-4}$ C: $x^7 y^4$ D: $\frac{x^7}{y^4}$ E: $x^{-\frac{4}{3}} y^{-1}$

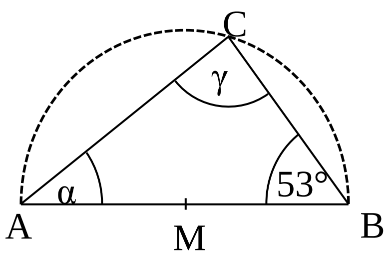
Geben Sie alle richtigen Vereinfachungen an.

2 BE

4. Tina hat ein Zufallsexperiment durchgeführt. Sie bestimmt die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A mit einem Baumdiagramm und rechnet: $P(A) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}$.
Beschreiben Sie ein zugehöriges Zufallsexperiment.

1 BE

5. Begründen Sie, dass der Winkel α eine Größe von 37° hat.



Skizze nicht maßstäblich

2 BE

Pflichtaufgabe 2

1. In einer Socke befinden sich fünf beschriftete Golfbälle.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: = „Beim Ziehen ohne Zurücklegen ist der zweite Buchstabe ein B."
B: = „Beim Ziehen ohne Zurücklegen wird die Zeichenfolge **B L F 1 6** gezogen."
C: = „Beim Ziehen mit Zurücklegen wird nicht die Zeichenfolge **B L F 1 6** gezogen."

4 BE

2. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Punkte $A(-3|\,6)$, $B(1|-2)$ und $C(3|\,0)$ gegeben.

a) Zeigen Sie rechnerisch, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist.

3 BE

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

1 BE

c) Aus den Punkten A, B, C und D soll ein Viereck gebildet werden, dessen Flächeninhalt doppelt so groß ist wie der des Dreiecks ABC.
Geben Sie die Koordinaten eines solchen Punktes D an.

1 BE

d) Begründen Sie, dass es keine Funktion f mit
$f(x) = a \cdot b^x \quad (a, b, x \in \mathbb{R};\, a \neq 0, b > 0)$ geben kann, deren Graph durch die Punkte A, B und C verläuft.

2 BE

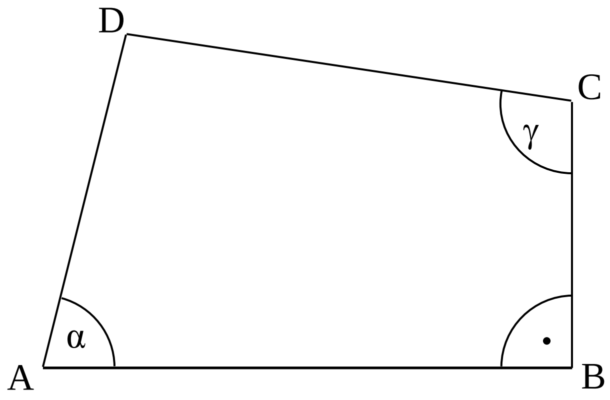
3. Zur Landesrunde der Mathematikolympiade gab es 2014 für jeden Teilnehmer eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche.
Alle Kanten sind 10 cm lang.

Berechnen Sie das Volumen und den Oberflächeninhalt dieser Pyramide.

4 BE

Wahlaufgabe 1

1. Ein Waldstück soll neu aufgeforstet werden. Dieses Waldstück kann näherungsweise durch das Viereck ABCD dargestellt werden.



Skizze nicht maßstäblich

$\overline{AB} = 2100\ \text{m}$
$\overline{BC} = 900\ \text{m}$
$\measuredangle BAD = \alpha = 75°$
$\measuredangle DCB = \gamma = 100°$

Der Teil des Waldes, der durch die Dreiecksfläche ABC dargestellt wird, soll mit Buchen, der Rest mit Fichten bepflanzt werden.

a) Berechnen Sie die Größe der Fläche, die mit Buchen bepflanzt werden soll.

Weisen Sie nach, dass die mit Fichten zu bepflanzende Fläche etwa 112,7 ha groß ist.

5 BE

b) In Deutschland ist knapp ein Drittel der Fläche mit Wald bedeckt. Der Anteil der mit Nadelbäumen bedeckten Fläche beträgt 59 %, der mit Laubbäumen 41 %.

Untersuchen Sie, ob auch auf dem neu aufzuforstenden Waldstück etwa diese Anteile vorliegen.

2 BE

c) Der Holzbestand von Wäldern wird in Festmetern angegeben.
Bei natürlichem, ungestörtem Wachstum nimmt der Holzbestand jährlich um 3,5 % zu. Er beträgt zu Beobachtungsbeginn 50 000 Festmeter.
Das Wachstum des Holzbestandes kann näherungsweise durch eine Funktion f beschrieben werden.

Berechnen Sie die Anzahl der Jahre, in denen sich der Holzbestand im Vergleich zum Beobachtungsbeginn verdoppelt hat.
Skizzieren Sie den Graphen von f.

4 BE

2. Der Förster weiß aus Erfahrung, dass 85 % aller Fichtensetzlinge anwachsen.
Er erhält eine Lieferung mit 1 500 Fichtensetzlingen.

a) Ermitteln Sie die zu erwartende Anzahl der Fichtensetzlinge, die nicht anwachsen.

1 BE

Genau 5 dieser Fichtensetzlinge werden in einer Reihe nebeneinander gepflanzt.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: = „Nur der erste und der zweite Fichtensetzling wachsen an."
B: = „Genau ein Fichtensetzling wächst nicht an."

2 BE

c) Formulieren Sie das Gegenereignis zu: „Höchstens ein Fichtensetzling wächst nicht an."

1 BE

Wahlaufgabe 2

1. In der Tabelle wurden die Umsätze eines Gartenmarktes erfasst.

Jahr	2013	2014	2015
Umsatz in Millionen Euro	1,54	2,10	2,86

a) Der Leiter dieses Gartenmarktes stellt fest, dass pro Jahr etwa 10 % vom Umsatz als Gewinn erwirtschaftet wurden.

Berechnen Sie den gesamten Gewinn des Gartenmarktes für die Jahre 2013 bis 2015.

1 BE

b) Der Umsatz in Millionen Euro soll durch eine Funktion q der Form $q(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \;\; (a, b, c, x \in R; a \neq 0)$ mathematisch beschrieben werden. Dabei gibt x die Anzahl der Jahre an, die seit 2012 vergangen sind.

Bestimmen Sie unter Verwendung der Funktionsgleichung von q den Umsatz in den Jahren 2016 und 2020.
Beurteilen Sie, ob mit Hilfe der Funktion q Prognosen für eine zukünftige Entwicklung der Umsätze sinnvoll sind.

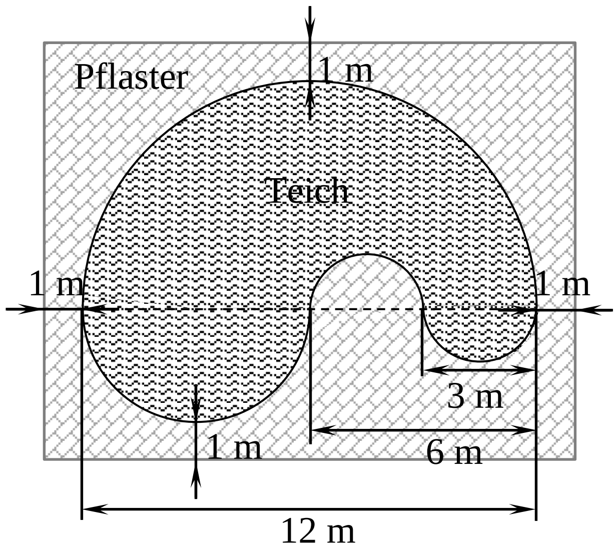
5 BE

c) Der Gartenmarkt erhält eine große Menge unsortierter Tulpenzwiebeln. Ein Viertel dieser Zwiebeln bringt zweifarbige Blüten hervor. Der Rest wird einfarbig blühen. Je drei dieser Tulpenzwiebeln werden in Tüten verpackt.
Ein Kunde kauft im Gartenmarkt ein und erhält eine solche Tüte gratis.
Der Verkäufer sagt: „Es ist genauso wahrscheinlich, drei einfarbige Tulpen zu erhalten, wie genau eine zweifarbige Tulpe.“

Stimmt das? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

3 BE

2. Dargestellt ist ein rechteckiger Teil des Geländes des Gartenmarktes. Im Inneren der gepflasterten Fläche wurde ein Teich angelegt, dessen Rand aus aneinandergesetzten Halbkreisen besteht.



Skizze nicht maßstäblich

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt der gepflasterten Fläche.

3 BE

b) Zeigen Sie, dass der Umfang der Teichfläche gleich dem Umfang einer Kreisfläche mit dem Radius r = 6 m ist.

3 BE