Freistaat Thüringen
Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur

Prüfungstag:	**28. Mai 2014 (HAUPTTERMIN)**
Prüfungsbeginn:	**08:00 Uhr**

BESONDERE LEISTUNGSFESTSTELLUNG

Schuljahr 2013/2014

MATHEMATIK

Hinweise für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer

Bearbeitungszeit: 180 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlungen/Tafelwerke, die im Unterricht verwendet wurden (Diese dürfen keine Anmerkungen bzw. Ergänzungen enthalten.)

Taschenrechner und Computeralgebrasysteme, die im Unterricht verwendet wurden (Diese dürfen keine zusätzlichen Dateien oder Funktionen/Programme enthalten.)

Lösen Sie die Pflichtaufgabe und wählen Sie von den Wahlaufgaben 1 und 2 **eine** zur Bearbeitung aus.

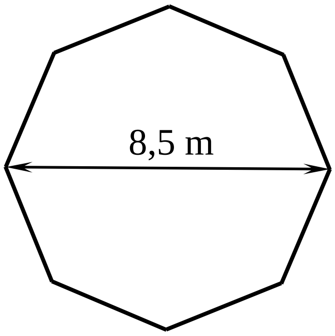
Pflichtaufgabe

Luise und Philipp beschäftigen sich in ihrer Seminarfacharbeit mit dem Tourismus in Nordthüringen. Ein Teil der Untersuchungen betrifft den Freizeitpark „Possen“ mit dem Possenturm. Im Internet finden sie:

> „[…] Seit Mai 2004 […] heißt es wieder für jedermann: Willkommen zur schönen Aussicht auf dem sanierten höchsten Fachwerkturm Europas. Der Possen, ein großes und waldreiches Areal, war für die in Sondershausen residierenden Fürsten über Generationen hinweg ein geeigneter Platz zum Jagen. Im Jahr 1781 entstand in nur elf Monaten Bauzeit der achteckige, 44,8 Meter hohe Turm. […] Von dem 8,5 Meter großen Durchmesser aus verjüngt sich das Bauwerk nach oben um circa einen Meter – eine für damalige Verhältnisse besondere Leistung. […]“

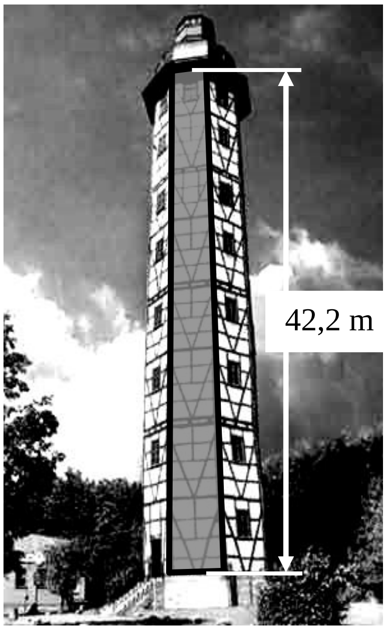
Aus: www.denkmalschutz.de (19.11.2013)

a) Weisen Sie nach, dass die Seitenlänge der regelmäßigen Grundfläche des Turms etwa 3,3 m beträgt.



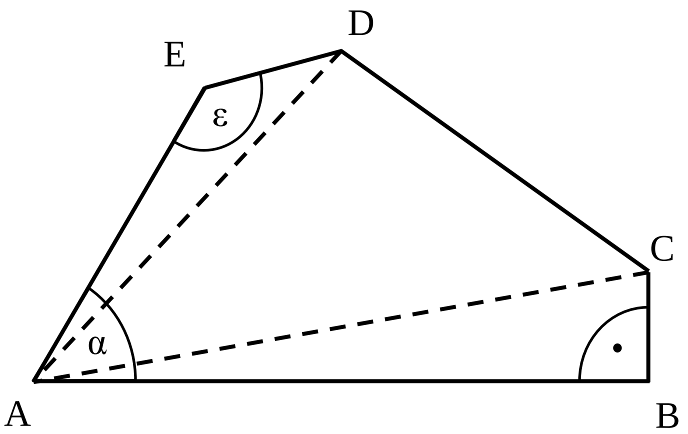
3 BE

b) Nach weiteren Recherchen findet Philipp, dass in einer Höhe von 42,2 m die Seitenlänge des Achtecks 2,9 m beträgt. Die Seitenflächen des Turms sind gleichschenklige Trapeze. Fünf dieser Seitenflächen wurden zum Schutz der Bausubstanz mit Lärchenholz verkleidet. Näherungsweise kann man für die Höhe des Trapezes die Höhe 42,2 m verwenden.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Lärchenholzverkleidung.



2 BE

c) Auf dem Gelände des Freizeitparks entstand ein großzügiges Gehege für Braunbären.



Skizze nicht maßstäblich

$\overline{AB} = 90\,m$

$\overline{AE} = 46\,m$

$\overline{BC} = 14\,m$

$\overline{DE} = 20\,m$

$\measuredangle\, BAE = \alpha = 60°$

$\measuredangle\, AED = \varepsilon = 140°$

Weisen Sie nach, dass die Größe des Winkels $\measuredangle\, CAD \approx 39°$ beträgt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Bärengeheges ABCDE.

7 BE

d) Den Kletterwald des Freizeitparks kann man über eine Seilrolle verlassen. Man startet im Punkt $S(0\,|\,8)$ und erreicht im Punkt $Z(100\,|\,0)$ den Erdboden. Philipp stellt fest, dass der Verlauf des Seiles näherungsweise durch eine quadratische Funktion mit dem Scheitelpunkt Z beschrieben werden kann.
Ermitteln Sie eine Gleichung dieser Funktion.

2 BE

e) Luise sagt: „Wenn das Seil straff gespannt wäre, könnte sein Verlauf durch eine lineare Funktion, deren Graph durch S und Z (aus Teilaufgabe d) verläuft, beschrieben werden."
Ermitteln Sie eine Gleichung dieser Funktion.

2 BE

f) Luise verteilt zufällig während ihrer Präsentation an die Zuhörer Überraschungskugeln. Jede fünfte Kugel enthält eine Bärenfigur.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: = „In drei verteilten Kugeln ist genau eine Bärenfigur enthalten."
B: = „In vier verteilten Kugeln ist keine Bärenfigur enthalten."
C: = „In zehn verteilten Kugeln ist mindestens eine Bärenfigur enthalten."

4 BE

Wahlaufgabe 1

1. Gegeben sind für $x \in R$ die Funktionen f und g durch $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2 + 2$ und $g(x) = k \cdot \cos(x)$ mit $k \in R$.

a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f in einem geeigneten Intervall. Skizzieren Sie den Graphen der Funktion g für $k = -\frac{3}{2}$ mindestens im Intervall $-\pi \le x \le \pi$ in dasselbe Koordinatensystem.
Geben Sie die Wertebereiche der Funktionen f und g an.

4 BE

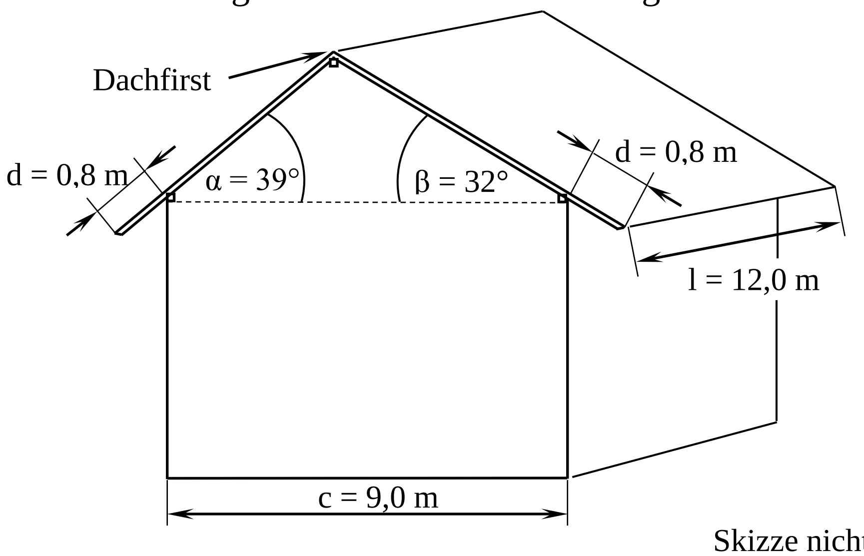
b) Geben Sie je einen Wert für k so an, dass die Funktionen f und g
- genau einen gemeinsamen Punkt bzw.
- mehrere gemeinsame Punkte besitzen.

2 BE

c) Die Punkte $A\left(-\frac{\pi}{2} \,|\, g\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$, $B\left(\frac{\pi}{2} \,|\, g\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ und $C(1 \,|\, f(1))$ bilden das Dreieck ABC.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks ABC.
Weisen Sie rechnerisch nach, dass das Dreieck ABC nicht gleichschenklig ist.

4 BE

2. Einem Dachdecker liegt von einem Satteldach folgende Skizze vor.



Skizze nicht maßstäblich

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Daches.

3 BE

b) Laut Hersteller werden pro Quadratmeter Dachfläche 11,7 Dachziegel und für einen Meter Firstlänge 3,5 Firstziegel benötigt. Ein Dachziegel kostet 1,15 €, ein Firstziegel 12,21 €. Für Ziegelbruch müssen 3 % berücksichtigt werden.
Berechnen Sie die Materialkosten für das Dach.

2 BE

3. In einer Urne befinden sich drei weiße, zwei schwarze und fünf blaue Kugeln.

a) Es werden drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: = „Es werden drei gleichfarbige Kugeln gezogen."
B: = „Alle drei Kugeln haben verschiedene Farben."
C: = „Es wird mindestens eine weiße Kugel gezogen."

3 BE

b) Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Zeichnen Sie für dieses Zufallsexperiment ein geeignetes Baumdiagramm. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei gleichfarbige Kugeln gezogen werden.

2 BE

Wahlaufgabe 2

1. Gegeben sind für $x \in R$ die Funktionen f, g, h und k durch

$$f(x) = x^2 + x - 6$$
$$g(x) = -x^2 + 4$$
$$h(x) = \sqrt{x}$$
$$k(x) = x^2$$

a) Skizzieren Sie die Graphen von f, g, h und k in ein Koordinatensystem. Beschreiben Sie, wie die Graphen von f, g und h aus dem Graphen von k hervorgehen.

5 BE

b) Die Graphen von f und g schneiden sich in den Punkten P und Q. Durch die Punkte P und Q verläuft die Gerade m.
Zeichnen Sie diese in das Koordinatensystem von Teilaufgabe a).
Weisen Sie nach, dass $m(x) = \frac{1}{2}x - 1$ eine Funktionsgleichung von m ist.
Die Gerade s verläuft durch den Punkt $R(1|4)$ und steht senkrecht auf der Geraden m.
Geben Sie eine Gleichung von s an.

5 BE

c) Beschreiben Sie ein Verfahren zur Ermittlung des Schnittpunktes der Graphen von f und h mit einem Computeralgebrasystem (CAS).
Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes von f und h an.

2 BE

d) Die Schnittpunkte der Funktion f mit der x-Achse und der Schnittpunkt der Funktionen f, g und m im 3. Quadranten bilden ein Dreieck. Die y-Achse teilt dieses Dreieck in zwei Teilflächen.
Berechnen Sie das Verhältnis der Flächeninhalte dieser Teilflächen.

3 BE

2. Anna, Betty, Christina, Daniel und Emil beteiligen sich gemeinsam an einem Gewinnspiel und gewinnen eine Reise für nur drei Personen. Sie losen aus, wer von ihnen an dieser Reise teilnehmen kann.

a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Junge und zwei Mädchen an der Reise teilnehmen.

2 BE

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: = „Die Reisegruppe besteht nur aus Mädchen."
B: = „In der Reisegruppe ist mindestens ein Mädchen."
C: = „Es sind genau zwei Jungen in der Reisegruppe."

3 BE