Freistaat Thüringen
Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur

Prüfungstag:	**Freitag, 24. Mai 2013** **(HAUPTTERMIN)**
Prüfungsbeginn:	**08:00 Uhr**

BESONDERE LEISTUNGSFESTSTELLUNG

Schuljahr 2012/2013

MATHEMATIK

Hinweise für die Teilnehmerinnen und Teilnehmer

Bearbeitungszeit: 180 Minuten

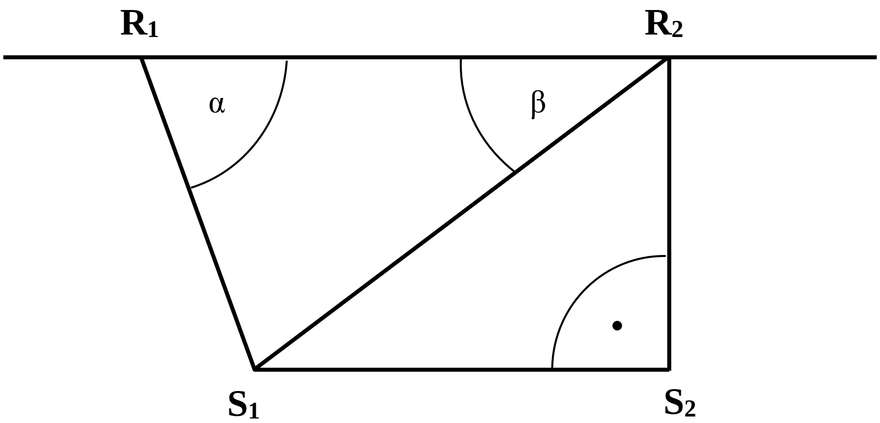
Hilfsmittel: Formelsammlungen/Tafelwerke, die im Unterricht verwendet wurden (Diese dürfen keine Anmerkungen bzw. Ergänzungen enthalten.)

Taschenrechner und Computeralgebrasysteme, die im Unterricht verwendet wurden (Diese dürfen keine zusätzlichen Dateien oder Funktionen/Programme enthalten.)

Lösen Sie die Pflichtaufgabe und wählen Sie von den Wahlaufgaben 1 und 2 **eine** zur Bearbeitung aus.

Pflichtaufgabe

Ein Kreuzfahrtschiff fährt parallel zur Küste. An dieser Küste befinden sich in einer Entfernung von 8,5 km zwei Radarstationen R_1 und R_2.
Beide Radarstationen peilen 09:50 Uhr das Schiff in seiner Position S_1 an.
Zu diesem Zeitpunkt werden die Winkel $\alpha = 73°$ und $\beta = 42°$ gemessen.



Skizze nicht maßstäblich

a) Berechnen Sie die Entfernungen $\overline{R_1S_1}$ und $\overline{R_2S_1}$ des Schiffes zu beiden Radarstationen. **3 BE**

b) Das Schiff behält seinen Kurs bei und fährt zum Punkt S_2.
In diesem Punkt ist der Winkel $\measuredangle\ R_2S_2S_1$ ein rechter Winkel.
Ermitteln Sie die Länge der vom Schiff zurückgelegten Strecke $\overline{S_1S_2}$. **2 BE**

c) Das Kreuzfahrtschiff fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 21 Knoten.

$$1\ \text{Knoten} = 1{,}852\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

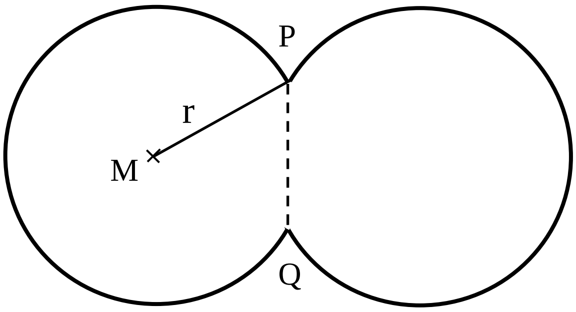
Berechnen Sie die Ankunftszeit des Schiffes in Position S_2. **2 BE**

d) Das Kreuzfahrtschiff hat Einzel- und Doppelkabinen für 520 Passagiere. Insgesamt gibt es 314 Kabinen.
Ermitteln Sie die Anzahl der Einzelkabinen und die Anzahl der Doppelkabinen. **3 BE**

e) Das Logo der Reederei auf dem Schiffsrumpf kann näherungsweise durch drei Graphen der Funktion f mit $y = f(x) = \frac{1}{2} \cdot \sin(x) + c$, die jeweils um eine Einheit in Richtung y-Achse verschoben sind, beschrieben werden.

Geben Sie die Gleichungen von drei Funktionen an, die die geforderte Bedingung erfüllen.
Skizzieren Sie die Graphen dieser Funktionen im Intervall $0 \leq x \leq 4\pi$ in ein und dasselbe Koordinatensystem. **2 BE**

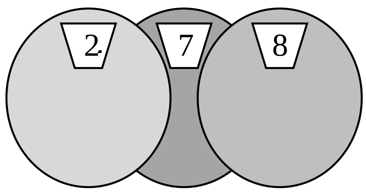
f) Auf dem Sonnendeck des Kreuzfahrtschiffes befindet sich ein Pool, dessen Grundfläche aus zwei sich überlappenden Kreisen mit jeweils 5,00 m Radius besteht. Der Abstand $\overline{PQ}$ beträgt ebenfalls 5,00 m. Der Pool besitzt eine Tiefe von 1,20 m.



Skizze nicht maßstäblich

Berechnen Sie das maximale Fassungsvermögen des Pools. **3 BE**

g) Auf dem Kreuzfahrtschiff befindet sich ein Spielsalon. Ein Automat besteht aus drei rotierenden Scheiben, die jeweils mit den Ziffern 1 bis 9 beschriftet sind. Jede Ziffer erscheint mit gleicher Wahrscheinlichkeit. Beim Spiel erzeugt man dreistellige Zahlen.



Geben Sie die Anzahl der Möglichkeiten an, eine dreistellige Zahl zu erzeugen,
- die mit einer 1 beginnt und auf eine 9 endet.
- die nur die Ziffern 2, 4 und 6 genau einmal enthält.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: = „Es wird eine Zahl mit drei gleichen Ziffern erzeugt.“
B: = „Es wird eine Zahl erzeugt, die an erster Stelle eine 5 oder an der letzten Stelle eine 6 besitzt.“ **5 BE**

Wahlaufgabe 1

1. In einem Labor wird das Wachstum einer Bakterienart untersucht. Die Bedingungen für das Wachstum sind optimal. Zu Beginn der Untersuchung sind es $1\,000\,000$ Bakterien.

a) Für die ersten 30 Minuten wurden folgende Werte protokolliert.

Zeit in Minuten	0	15	30	45	60	75	90
Anzahl der Bakterien in Millionen	1	2	4				

Begründen Sie, dass in diesem Fall kein lineares Wachstum vorliegt.
Ergänzen Sie für das Wachstum der Bakterienart die Tabelle und stellen Sie die Zuordnung graphisch dar.

4 BE

b) Das Wachstum der Bakterien wird durch eine Exponentialfunktion der Form $y = b \cdot a^x$ $(a, b \in R;\ a > 0,\ b > 0)$ beschrieben.
Ermitteln Sie eine Gleichung dieser Exponentialfunktion.

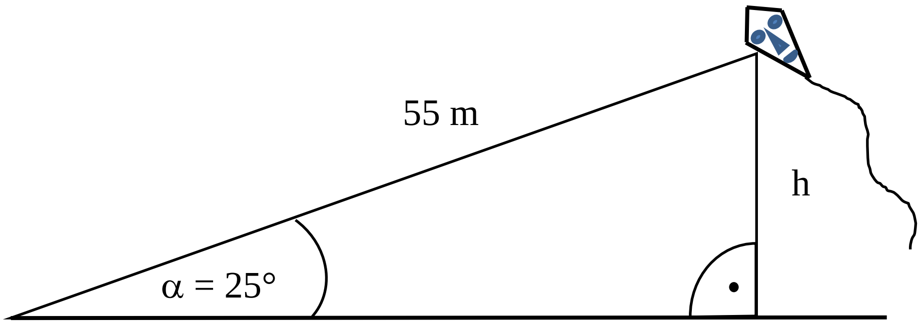
2 BE

c) Nach Veränderung der Bedingungen wird das Wachstum durch die Funktion $y = f(x) = 1000000 \cdot 15^x$ beschrieben, wobei x die Zeit in Stunden nach Versuchsbeginn bedeutet.

Geben Sie die Anzahl der Bakterien nach 90 Minuten an.
Bestimmen Sie die Zeit, in der sich die Anzahl der Bakterien vertausendfacht hat.

2 BE

2. Klaus und Frank lassen ihren Drachen steigen. Die Schnur ist 55 m lang. Sie bestimmen den Winkel α.



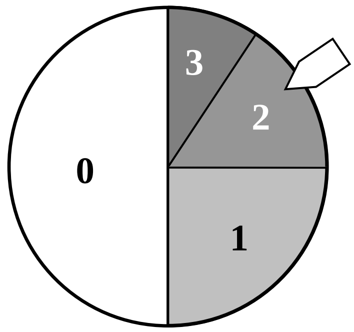
Skizze nicht maßstäblich

a) Ermitteln Sie für diesen Fall die Höhe h durch Rechnung und durch Konstruktion. **3 BE**

b) Nach einem Windstoß hat sich der Winkel verdoppelt. Die Länge der Schnur bleibt unverändert.
Klaus behauptet: „Die Höhe des Drachens hat sich auch verdoppelt."
Stimmt das? Begründen Sie Ihre Entscheidung. **2 BE**

3. Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Zylinder mit einem aufgesetzten Kegel. Beide Teilkörper besitzen den gleichen Radius $r = 1\,\text{dm}$ und jeweils die gleiche Höhe h. Das Volumen des zusammengesetzten Körpers beträgt $V = 8\pi\ \text{dm}^3$.
Berechnen Sie für diesen Fall die Höhe h. **3 BE**

4. Bei einem Stadtfest wird an einem Stand ein Gewinnsspiel mit einem Glücksrad angeboten. Die Hälfte des Glücksrades ist weiß und mit der Ziffer 0 beschriftet.
Beim einmaligen Drehen beträgt die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$, dass eine 1 angezeigt wird. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine 3 angezeigt wird, beträgt $\frac{1}{12}$.
Das Glücksrad wird zweimal gedreht.



Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: = „Die erste angezeigte Zahl ist eine 2."
B: = „Die Summe der angezeigten Zahlen ist 2."
C: = „Die Summe der angezeigten Zahlen ist mindestens 4."
D: = „Keine der angezeigten Zahlen ist eine 0." **4 BE**

Wahlaufgabe 2

1. Gegeben sind für $x \in R$ die Funktionen f und g durch
$y = f(x) = -(x-2)^2 + 4$ und $y = g(x) = -x^3 + 4$.
Die Punkte $A(0; f(0))$, $B(4; f(4))$ und $C(1; 3)$ bilden ein Dreieck.

a) Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen f und g in ein Koordinatensystem.
Geben Sie die Wertebereiche beider Funktionen an.
Die Graphen der Funktionen f und g haben einen gemeinsamen Punkt.
Geben Sie die Koordinaten dieses Punktes an.

5 BE

b) Die Graphen von zwei Funktionen besitzen gemeinsame Punkte.
Beschreiben Sie eine rechnerische Methode zur Bestimmung der Koordinaten dieser Punkte.

2 BE

c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
Untersuchen Sie, ob es auf dem Graphen von f einen Punkt D so gibt, dass das Dreieck ABD flächengleich zum Dreieck ABC ist.
Geben Sie gegebenenfalls die Koordinaten dieses Punktes D an.

4 BE

d) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Punkte B, C und der Punkt $E(0; g(0))$ auf einer Geraden liegen.

2 BE

e) Gegeben ist für jede positive reelle Zahl a eine Funktion h_a durch $y = h_a(x) = a^x$ mit $x \in R$.
Ermitteln Sie den Wert für a so, dass die Graphen der Funktionen f, g und h genau einen Punkt gemeinsam haben.
Geben Sie zwei Eigenschaften dieser Funktion h_a an.

4 BE

2. Zu einem gemeinsamen Theaterbesuch trifft sich eine Gruppe von fünf Jugendlichen.

a) Die fünf Jugendlichen sitzen in einer Reihe nebeneinander.

Geben Sie die Anzahl der verschiedenen Sitzordnungen an. 1 BE

b) Allerdings wurden zwei ihrer Plätze doppelt vergeben. Deshalb wies man ihnen zwei Plätze in einer anderen Reihe zu.

Geben Sie die Anzahl der Möglichkeiten an, zwei der fünf Theaterbesucher für die andere Reihe auszuwählen. 1 BE

c) Die Gruppe besteht aus drei Jungen und zwei Mädchen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in dieser anderen Reihe ein Junge und ein Mädchen sitzen. 1 BE